

Q1. Énoncer la deuxième loi de Newton et l'utiliser pour établir les expressions des coordonnées notées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ du point G selon les axes (Ox) et (Oy).

2^e loi de Newton : la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie.

Système : {le bâton} de masse m

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Le bâton n'est soumis qu'à son poids \vec{P} .

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m \cdot \vec{a} \quad \text{soit} \quad m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a} \quad \text{donc} \quad \vec{a} = \vec{g}.$$

En projection selon les axes (Ox) et (Oy) du repère choisi il vient :

$$\vec{a}(t) \begin{cases} a_x(t) = g_x = 0 \\ a_y(t) = g_y = -g \end{cases}$$

Q2. Établir les expressions des coordonnées horizontales notée $v_x(t)$ et verticale $v_y(t)$ du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ du point G.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{donc} \quad a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \quad \text{et} \quad a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt}$$

$$\text{Ainsi en primitivant on obtient } \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_y(t) = -g \cdot t + Cte_2 \end{cases}$$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

$$\text{Coordonnées du vecteur vitesse initiale } \vec{v}_0 : \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$ on a :

$$v_0 \cdot \cos(\alpha) = Cte_1$$

$$v_0 \cdot \sin(\alpha) = 0 + Cte_2$$

$$\text{Finalement : } \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

Q3. À partir des expressions des coordonnées de la vitesse $v_x(t)$ et $v_y(t)$ et de la figure 1, établir que les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $y(t)$ du point G sont :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + h \end{cases}$$

$$\text{À chaque instant } \vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \quad \text{donc} \quad v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad \text{et} \quad v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt}$$

$$\text{En primitivant on obtient } \overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + Cte_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + Cte_4 \end{cases}$$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le bâton est au point G($t = 0$) de coordonnées ($x(0) = 0$; $y(0) = h$) donc :

$$0 + Cte_3 = 0$$

$$0 + 0 + Cte_4 = h$$

$$\text{Finalement, on obtient les équations horaires } \overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + h \end{cases}$$

Q4. À l'aide des données et des équations horaires du mouvement, montrer que l'expression de l'équation de la trajectoire $y(x)$, x et y étant exprimés en mètres, s'écrit sous la forme : $y(x) = -0,27 x^2 + 0,58 x + 0,70$

$$t = \frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$$

$$y(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} + h$$

$$y(x) = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + x \cdot \tan(\alpha) + h$$

$$y(x) = -\frac{9,8}{2 \times 4,9^2 \times \cos^2(30^\circ)} \cdot x^2 + x \cdot \tan(30^\circ) + 0,70$$

$$y(x) = -0,27 x^2 + 0,58 x + 0,70$$

$\frac{-9,8}{2 \times 4,9^2 \times \cos^2(30^\circ)}$	$-2,72108844 \text{E}-1$
$\tan(30^\circ)$	$5,773502692 \text{E}-1$

Dans la question suivante, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Q5. Vérifier que la partie est remportée par le joueur si le lancer est réalisé dans les conditions précisées dans les données précédentes.

Pour gagner le joueur doit faire tomber la quille 9 située à 3,0 m au niveau du sol.

Déterminons l'altitude y du centre d'inertie G du bâton pour cette distance x de 3,0 m.

$$y(3,0) = -0,27 \times 3,0^2 + 0,58 \times 3,0 + 0,70 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m} = 1,0 \text{ cm.}$$

$-0,27 \times 3^2 + 0,58 \times 3 + 0,7$	$1 \text{E}-2$
------------------------------------------	----------------

Le bâton en étant à 1,0 cm du sol va bien renverser la quille 9 et permettre de remporter la partie.

```
[...]
14     Ecl=[ ]
15     Epl=[ ]
16     Eml=[ ]
17     for i in range(len(tl)) :
18         Ec=0.5*0.4*(vx[i]**2+vy[i]**2)
19         Ecl.append(Ec)
20         Ep=0.4*9.81*y[i]
21         Epl.append(Ep)
22         Em=
23         Eml.append(Em)
[...]
```

Figure 3. Extrait du programme Python permettant de tracer les différentes énergies du bâton de Mölkky en fonction du temps (E_{cl} , E_{pl} , E_{ml} sont exprimées en J ; v_x , v_y sont exprimées en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; y est exprimé en m).

Q6. À partir de la figure 3, déterminer la masse m du bâton de Mölkky. Justifier la réponse.

La ligne 18 donne la formule pour calculer l'énergie cinétique.

$$\text{Or } E_c = 0,5 \cdot m \cdot v^2$$

On en déduit que $m = 0,4 \text{ kg}$.

Q7. Écrire et compléter, sur votre copie, la ligne 22 du programme de la figure 3 qui permet de calculer l'énergie mécanique E_m du bâton de Mölkky.

$$E_m = E_c + E_p$$

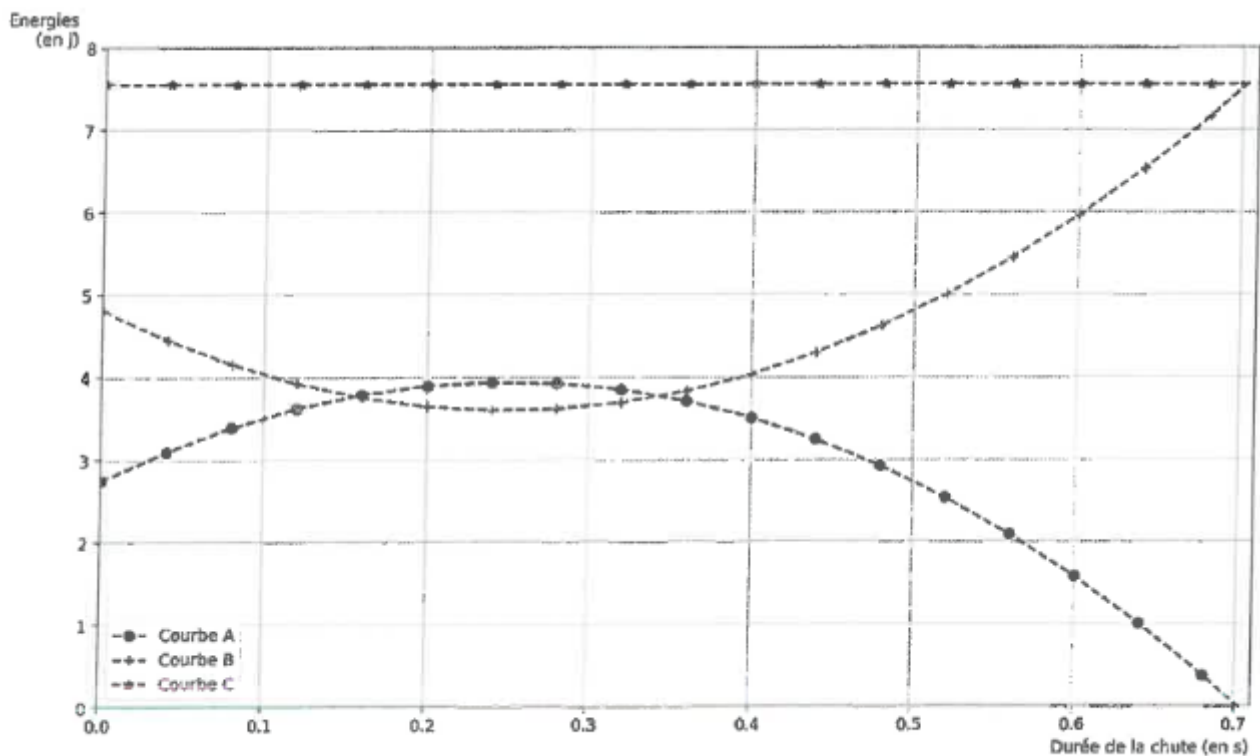


Figure 4. Évolution temporelle des énergies.

Q8. Attribuer chaque courbe de la figure 4 à l'énergie représentée. Justifier la réponse.

Au début du lancer, le bâton monte et perd de la vitesse.

$E_p = m \cdot g \cdot y$ avec y qui augmente donc E_p augmente : Courbe A

$E_c = 0,5 \cdot m \cdot v^2$ avec v qui diminue donc E_c diminue : Courbe B

$E_m = E_c + E_p$: courbe C

Q9. Déterminer la « durée de vol » du bâton de Mölkky (durée de chute) et en déduire que la partie décrite précédemment est remportée par le joueur, en considérant les équations horaires du mouvement établies dans la question Q3.

La chute s'arrête lorsque le bâton touche le sol, alors $E_p = 0$ J.

Par lecture graphique, cela se produit pour $t = 0,7$ s.

La durée du vol est de 0,7 s.

$$4.9 * \cos(30) * 0.7$$

$$2.970467135E0$$

$$x(0,7) = 4,9 \times \cos(30^\circ) \times 0,7 = 3,0 \text{ m}$$

Au bout de 0,7 s, le bâton a bien parcouru 3,0 m et il atteint la quille n°9.

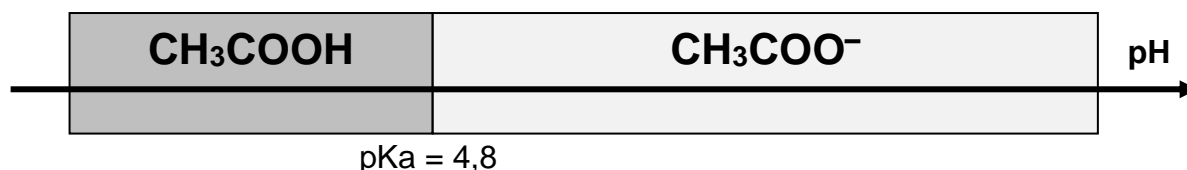
Merci de nous signaler d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org

EXERCICE C – DISSOLUTION D'UNE COQUILLE D'ŒUF (5 points)

Mots-clés : réaction Acide-Base, titrage avec suivi pH-métrique, spectroscopie infrarouge

A – Vérification du degré d'un vinaigre blanc

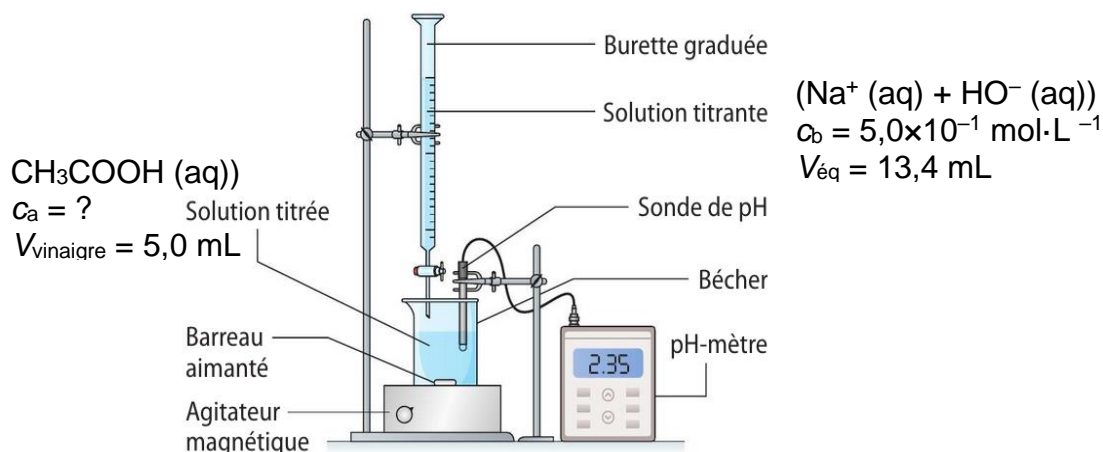
1. Tracer le diagramme de prédominance du couple acide éthanoïque / ion éthanoate. Indiquer quelle espèce prédomine dans la solution de vinaigre.



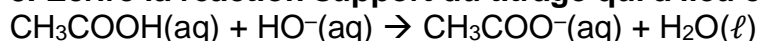
Le pH du vinaigre est égal à environ 3 donc $\text{pH} < \text{pK}_a$ alors l'acide éthanoïque prédomine sur l'ion éthanoate.

Pour vérifier le titre en degré du vinaigre, on réalise un titrage avec suivi pH-métrique d'un volume de vinaigre V_{vinaigre} égal à 5,0 mL par une solution de soude ($\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq})$) de concentration $c_b = 5,0 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La valeur du volume relevé à l'équivalence est : $V_{\text{eq}} = 13,4 \text{ mL}$.

2. Faire un schéma annoté du montage expérimental nécessaire à la mise en œuvre du titrage.



3. Écrire la réaction support du titrage qui a lieu entre la solution de soude et le vinaigre.



4. Déterminer la concentration en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ de l'acide éthanoïque, notée c_a , présent dans ce vinaigre.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques.

$$n_{\text{CH}_3\text{COOH}}^{\text{initiale}} = n_{\text{HO}^-}^{\text{versée}}$$

$$c_a \cdot V_{\text{vinaigre}} = c_b \cdot V_{\text{eq}}$$

$$c_a = \frac{c_b \cdot V_{\text{eq}}}{V_{\text{vinaigre}}}$$

$$c_a = \frac{5,0 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 13,4 \text{ mL}}{5,0 \text{ mL}} = 1,34 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ soit en } 1,3 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ en ne conservant qu'un seul chiffre significatif.}$$

5. En détaillant le raisonnement, vérifier que le titre de ce vinaigre est bien de 8°

D'après l'énoncé, le titre d'un vinaigre est donné en degré (°) : 1,00° correspond à 1,00 g d'acide éthanoïque pur pour 100 g de vinaigre.

Calculons la masse d'acide dans $m = 100$ g de vinaigre.

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ donc } V = \frac{m}{\rho}$$

$$V = \frac{100 \text{ g}}{1010 \text{ g.L}^{-1}} = 9,90 \times 10^{-2} \text{ L}$$

Calculons la masse d'acide éthanoïque $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$ dans $V = 99,0$ mL de solution.

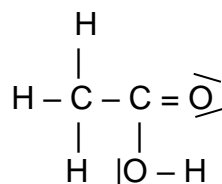
$$m = n.M = c_A.V.M$$

$$m = 1,34 \times 9,90 \times 10^{-2} \times (2 \times 12,0 + 4 \times 1,0 + 2 \times 16,0) = 7,96 \text{ g}$$

Ce qui correspond à un degré égal à 7,96°. Cette valeur est très proche des 8° annoncés.

B – Action du vinaigre sur une coquille d'œuf

6. Représenter le schéma de Lewis de l'acide éthanoïque CH_3COOH .



7. À l'aide des principales bandes d'absorption données, identifier le spectre infrarouge correspondant à l'acide éthanoïque parmi ceux proposés dans la figure 1 ci-dessous.

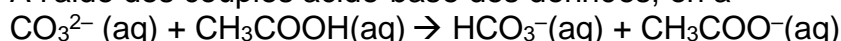
Seul le spectre IR 1 montre une bande forte et très large entre 2600 et 3100 cm^{-1} caractéristique de la liaison O–H d'un acide carboxylique.

Le spectre 1 correspond à l'acide éthanoïque.

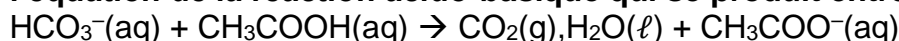
En solution aqueuse, le carbonate de calcium $\text{CaCO}_3(\text{s})$ se dissout, selon l'équation :
 $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightarrow \text{Ca}^{2+}(\text{aq}) + \text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$

8. L'ion carbonate $\text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$ réagit avec l'acide éthanoïque introduit en large excès. Écrire l'équation de la réaction acido-basique qui se produit entre ces deux espèces chimiques.

À l'aide des couples acide-base des données, on a

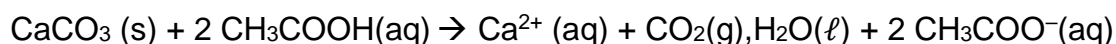
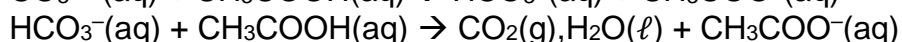
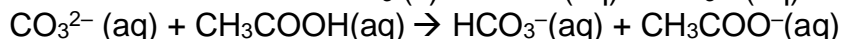
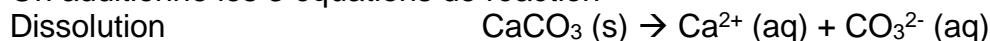


9. L'ion hydrogénocarbonate $\text{HCO}_3^{-}(\text{aq})$ ainsi formé réagit avec l'acide éthanoïque. Écrire l'équation de la réaction acido-basique qui se produit entre ces deux espèces chimiques.



10. Montrer que l'équation de la réaction qui modélise l'action du vinaigre sur le carbonate de calcium s'écrit : $\text{CaCO}_3(\text{s}) + 2 \text{CH}_3\text{COOH}(\text{aq}) \rightarrow \text{Ca}^{2+}(\text{aq}) + \text{CO}_2(\text{g}), \text{H}_2\text{O}(\ell) + 2 \text{CH}_3\text{COO}^{-}(\text{aq})$

On additionne les 3 équations de réaction



11. Indiquer, en le justifiant, le caractère acide-base de l'ion hydrogénocarbonate $\text{HCO}_3^{-}(\text{aq})$.

HCO_3^{-} est la base du couple $\text{CO}_2(\text{g}), \text{H}_2\text{O}(\ell) / \text{HCO}_3^{-}(\text{aq})$

Et l'acide du couple $\text{HCO}_3^{-}(\text{aq}) / \text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$

Ainsi HCO_3^{-} est une espèce amphotère.

Exercice A – LA SPIRULINE (5 points)

Partie A – Validité d'une méthode de dosage1. Solution mère : S_0

$$C_0 = 25,0 \text{ mg.L}^{-1}$$

$$V_0 = ? \text{ mL}$$

Solution fille : S_2

$$C_2 = 5,00 \text{ mg.L}^{-1}$$

$$V_2 = 100 \text{ mL}$$

Au cours d'une dilution, la quantité de matière de soluté ne varie pas $n_0 = n_2$

$$C_0 \cdot V_0 = C_2 \cdot V_2$$

$$\text{donc } V_0 = \frac{C_2 \cdot V_2}{C_0}$$

$$V_0 = \frac{5,00 \times 100}{25,0} = 20,0 \text{ mL}$$

Protocole de dilution :

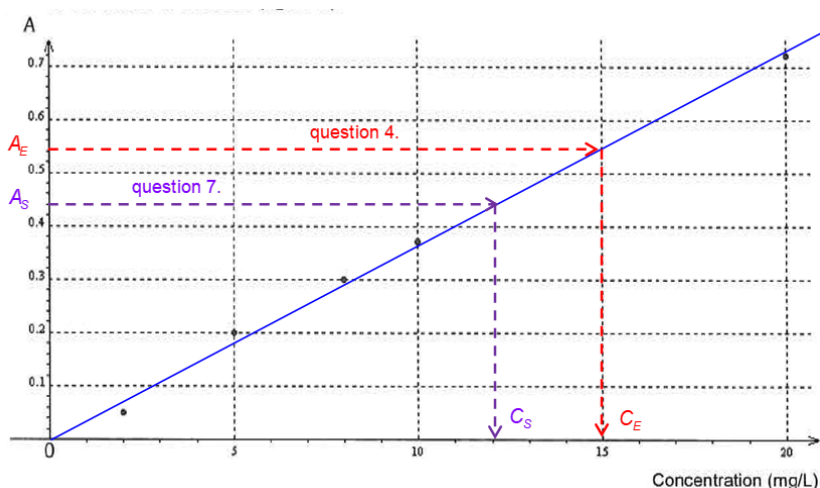
- on verse de la solution mère dans un bécher ;
- on prélève $V_0 = 20,0 \text{ mL}$ de solution mère à l'aide d'une pipette jaugée préalablement rincée avec la solution mère ;
- on verse le prélèvement dans une fiole jaugée de $100,0 \text{ mL}$;
- on complète aux $\frac{3}{4}$ avec de l'eau distillée, on bouche et on agite pour homogénéiser ;
- on complète au trait de jauge, on bouche et on agite pour homogénéiser.

2. Pour un dosage spectrophotométrique, on choisit la longueur d'onde correspondant au maximum d'absorbance de l'espèce dosée, soit ici $\lambda = 620 \text{ nm}$ (cela permet de diminuer l'incertitude relative sur les mesures).

3. Dans le cadre d'un dosage spectrophotométrique, la loi de Beer-Lambert dit que pour une solution diluée, l'absorbance A est proportionnelle à la concentration C de l'espèce colorée : $A = k \cdot C$.

Cette loi est vérifiée ici car la courbe représentative de $A = f(C)$ est une droite passant par l'origine qui peut être modélisée par une fonction linéaire.

4. On trace la droite passant par l'origine correspondant à la loi de Beer-Lambert et par lecture graphique, on obtient pour $A_E = 0,54$, $C_E = 15 \text{ mg.L}^{-1}$ (on se limite à 2 CS, comme pour la valeur de A_E , même si la précision de la lecture permettrait d'écrire $C_E = 15,0 \text{ mg.L}^{-1}$).



Diaporama : Comment calculer une moyenne et un écart-type avec une calculatrice TI ?

<https://www.slideshare.net/Labolycee/ts-tpc2calculatricemoy-ecart>

5. La valeur moyenne des 10 résultats est : $\overline{C_E} = 14,78 \text{ mg.L}^{-1}$

L'incertitude type est : $u(C_E) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{0,53}{\sqrt{10}} = 0,168 \text{ mg.L}^{-1} = 0,2 \text{ mg.L}^{-1}$ (1 CS, arrondi au supérieur

pour une incertitude type).

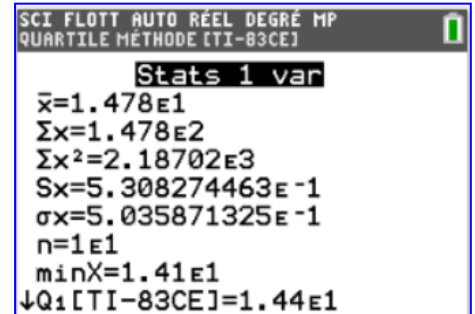
Ainsi, $C_E = (14,8 \pm 0,2) \text{ mg.L}^{-1}$.

6. Pour conclure sur la validité de la méthode de dosage,

calculons le z-score : $z = \frac{|C_E - C_{E(\text{référence})}|}{u(C_E)}$

$$z = \frac{|14,8 - 15,0|}{0,2} = 1$$

Le z-score est inférieur à 2 (valeur usuelle) donc on peut valider cette méthode.



Partie B – Contrôle de la qualité de la spiruline

7. Par lecture graphique sur la droite tracée à la question 4., pour $A_S = 0,44$, on obtient :

$C_S = 12 \text{ mg.L}^{-1}$.

8. La masse de phycocyanine dans les 50,0 mL de solution S est : $m_S = C_S \cdot V_S$

$$m_S = 12 \times 50,0 \times 10^{-3} = 0,60 \text{ mg}$$

Dans 5,0 mg de spiruline déshydratée, il y a donc 0,60 mg de phycocyanine.

Par proportionnalité, dans 100 g de spiruline déshydratée, il y a donc $\frac{100 \times 0,60}{5,0} = 12 \text{ g}$ de phycocyanine.

Cette valeur est bien comprise entre 10 g et 15 g : le critère de qualité optimale est respecté.