

Exercice type BAC : lois de KEPLER

EXERCICE 2 - MARS VUE SOUS L'ŒIL DE KEPLER (6 points)

Johannes Kepler (1571-1630) est un astronome allemand connu pour avoir établi les trois lois qui portent son nom et qui permettent notamment de décrire le mouvement des planètes du système solaire.

On étudie dans cet exercice la troisième loi de Kepler appliquée à la planète Mars, puis on détermine les caractéristiques d'une lunette astronomique permettant d'observer cette planète.



Johannes Kepler
D'après fr.wikipedia.org

1. Étude et utilisation des lois de Kepler

Donnée :

- valeur de l'unité astronomique (au, *astronomical unit*) : $1 \text{ au} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$.

En 1600, Kepler devient l'assistant de l'astronome danois Tycho Brahe. Celui-ci le charge d'étudier la trajectoire de Mars et de déterminer son orbite à l'aide des observations astronomiques et des mesures qu'il a lui-même effectuées. Cette tâche, longue et délicate, conduit Kepler à envisager une trajectoire elliptique pour Mars. Il publie ses deux premières lois en 1609, puis la troisième loi en 1618.

D'après La science moderne : de 1450 à 1800, de René Taton

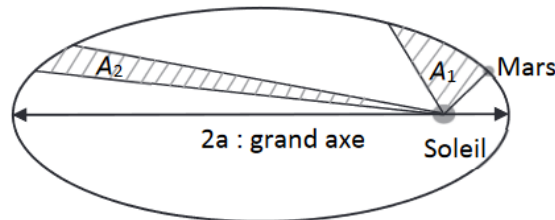


Figure 1. Trajectoire elliptique de Mars dans le référentiel héliocentrique (échelle non respectée).
Les aires A_1 et A_2 sont balayées pendant des durées égales.

Le référentiel d'étude est le référentiel héliocentrique supposé galiléen : son origine est au centre du Soleil et ses axes pointent vers des étoiles lointaines.

Q1. Énoncer les deux premières lois de Kepler. En exploitant la deuxième loi et le schéma de la figure 1, justifier que le mouvement de Mars dans le référentiel héliocentrique n'est pas uniforme.

Les périodes de révolution T (en année) et les demi-grands axes a (en unité astronomique) des trajectoires des planètes du système solaire (à l'exception de Mars) sont saisies dans un programme écrit en langage Python, afin de vérifier la troisième loi de Kepler. Un extrait de ce programme est donné sur la figure 2.

```
1 # Importation des bibliothèques utilisées
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 from scipy.optimize import curve_fit
5
6 # Définition des constantes : 1 unité astronomique, notée au (en m) et 1 année, notée an (en secondes)
7 au = 1.496*10**11
8 an = 
9
10 # Création des tableaux de données d'affichage
11 a = np.array([0.38,0.72,1.5,20.9,54.19,2.30,1]) # a : demi-grand axe, exprimé en au
12 T = np.array([0.241,0.615,1,11.86,29.46,84.02,165]) # T : période de révolution, exprimée en années
13 am = a*au
14 Ts = T*an
15
16 acube = am**3 # 
17 Tcarre = Ts**2 # 
```

Figure 2. Extrait de programme en langage Python ayant pour but de vérifier la troisième loi de Kepler

Le programme permet d'obtenir une représentation graphique dont un zoom est proposé en figure 3.

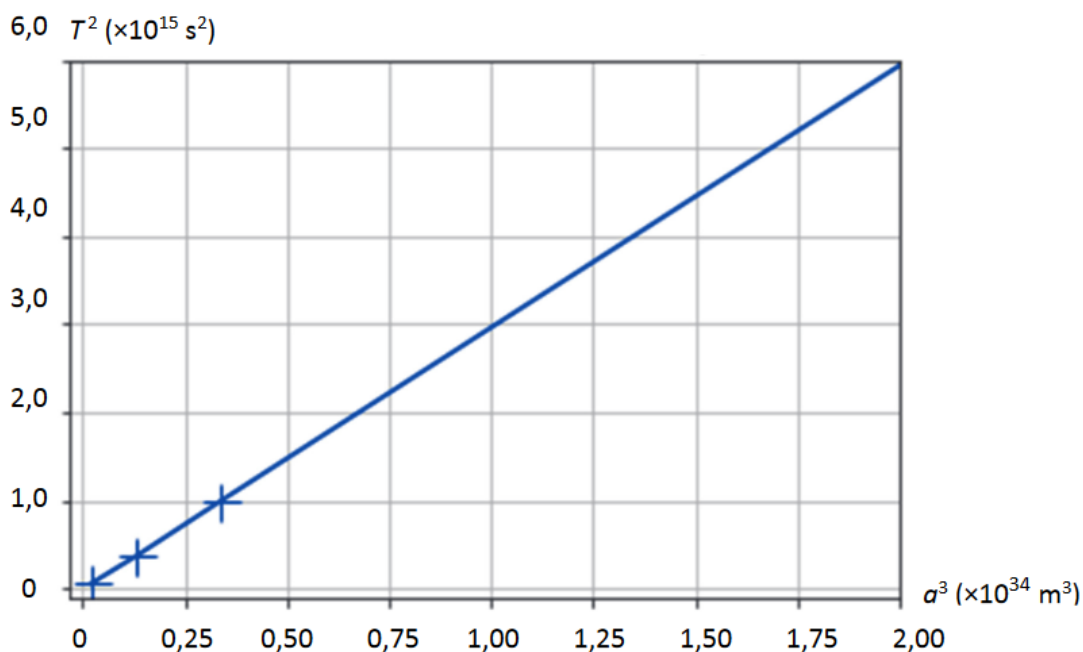


Figure 3. Modélisation graphique de la 3^{ème} loi de Kepler

Dans le tableau 1 sont regroupés les périodes de révolution (en s) et les demi-grands axes (en m) des trajectoires des planètes du système solaire (à l'exception de Mars).

	Mercure	Vénus	Terre	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
T (en s)	$7,6 \times 10^6$	$1,9 \times 10^7$	$3,2 \times 10^7$	$3,7 \times 10^8$	$9,3 \times 10^8$	$2,6 \times 10^9$	$5,2 \times 10^9$
a (en m)	$5,7 \times 10^{10}$	$1,1 \times 10^{11}$	$1,5 \times 10^{11}$	$7,8 \times 10^{11}$	$1,4 \times 10^{12}$	$2,9 \times 10^{12}$	$4,5 \times 10^{12}$

Tableau 1. Périodes de révolution et demi-grands axes des trajectoires des planètes (d'après <https://cnes.fr>)

Q2. Recopier sur la copie la ligne 8 du programme et la compléter.

Q3. Proposer sur la copie un commentaire en précisant la finalité des lignes 16 et 17 du programme et les unités des grandeurs calculées.

Q4. Commenter la figure 3 au regard des lois de Kepler.

À partir des relevés de Tycho Brahe, Kepler a pu déterminer que la période de révolution de Mars, notée T_{Mars} , était de 687 jours.

Q5. Déterminer la valeur du demi-grand axe de l'orbite de Mars, noté a_{Mars} , et justifier qu'elle correspond à la quatrième planète du système solaire en partant du Soleil.