

FICHE MÉTHODE MATHS

UTILISER LE LOGARITHME DECIMAL ET SA RECIPROQUE

1 Définition

Soit a un nombre réel strictement positif ($a > 0$).

Le logarithme décimal de a , noté $\log a$, est l'unique réel x tel que $a = 10^x$.

Réiproquement, $\log a$ est l'exposant de la puissance de 10 qui donne a .

$$a = 10^x \text{ équivaut à } x = \log a$$

2 Propriétés

a et b sont des réels strictement positifs.

$$\log 1 = 0$$

$$\log 10 = 1$$

$$\log(10^a) = a$$

$$\log \frac{1}{a} = -\log a$$

$$\log(a \times b) = \log a + \log b$$

$$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

3 Utilisation en chimie

Le pH d'une solution aqueuse, grandeur sans unité, vaut : $\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+ (\text{aq})]}{c^\circ}\right)$ où $c^\circ = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$
et $[\text{H}_3\text{O}^+ (\text{aq})]$ est la concentration en quantité de matière d'ions oxonium $\text{H}_3\text{O}^+ (\text{aq})$ (en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$).
On a donc : $[\text{H}_3\text{O}^+ (\text{aq})] = c^\circ \times 10^{-\text{pH}}$

EXEMPLE

Si $[\text{H}_3\text{O}^+ (\text{aq})] = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ alors $\text{pH} = 2$;
pour $\text{pH} = 8,5$, on a $[\text{H}_3\text{O}^+ (\text{aq})] = 10^{-8,5} = 3,2 \times 10^{-9} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

4 Utilisation en physique

Le niveau d'intensité sonore L , exprimé en dB, est défini par : $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$

où I est l'intensité sonore (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$) et $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ le seuil d'audibilité.

On a donc : $I = I_0 \times 10^{\frac{L}{10}}$.

EXEMPLE

Si l'intensité sonore $I = 5,9 \times 10^{-7} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ alors le niveau d'intensité sonore associé est $L = 10 \log \frac{5,9 \times 10^{-7}}{1,0 \times 10^{-12}} = 58 \text{ dB}$;

pour un niveau d'intensité sonore $L = 80 \text{ dB}$, on a une intensité sonore $I = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{80} = 1,0 \times 10^{-4} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.