

Résumé - Fonctions exponentielle et logarithme

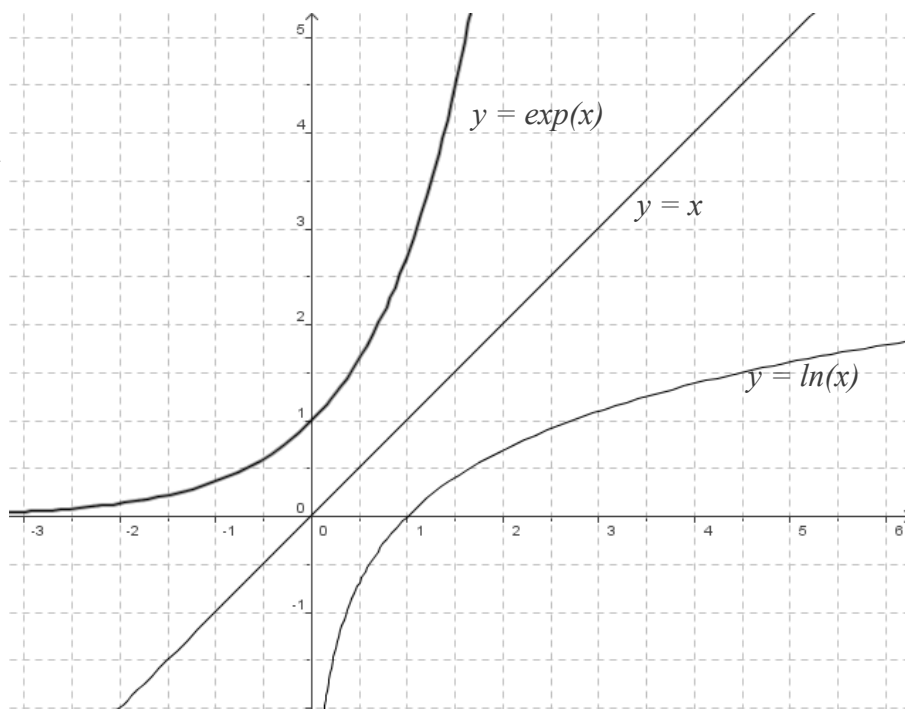
La fonction $\ln$ définie sur $]0 ; +\infty[$ et la fonction $\exp$ définie sur $\mathbb{R}$ sont toutes les deux continues et strictement croissantes.

Leurs courbes sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.

On peut noter $\exp(x) = e^x$ pour tout x réel, avec $e \simeq 2,718$.

Les fonctions $\exp$ et $\ln$ sont réciproques, c'est-à-dire que :

- * Pour x réel, $\ln(e^x) = x$,
- * Pour $a > 0$, $e^{\ln a} = a$,
- * $y = \ln(x)$ ssi $x = e^y$.



Propriété	Fonction exponentielle	Fonction logarithme
Valeurs particulières	$e^0 = 1$ $e^1 = e$	$\ln 1 = 0$ $\ln(e) = 1$ $\ln 2 \simeq 0,69$
Équations	$e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$	$\ln(a) = \ln(b) \Leftrightarrow a = b$ attention domaine !
Inéquations	$e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$	$\ln(a) < \ln(b) \Leftrightarrow a < b$ attention domaine !
Signe	$e^x > 0$ quel que soit x .	$\ln x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$
Propriétés calculatoires	$e^{a+b} = e^a \times e^b$ $(e^a)^b = e^{ab}$ $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$ $e^{-b} = \frac{1}{e^b}$	$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$ $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$ $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln b$ $\frac{1}{2} \ln(a) = \ln(\sqrt{a})$
Limites	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$
Asymptotes	L'axe des abscisses en $-\infty$.	L'axe des ordonnées.
Dérivée	$(e^x)' = e^x$ $(e^u)' = u' e^u$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ avec $u > 0$.
Fonctions composées	e^u a les mêmes variations que u	$\ln u$ a les mêmes variations que u , avec $u > 0$.